

Bernardino Machado

Obras

I

Ciência

lúmen

Bernardino Machado

Obras

I

Ciência

(1875-1907)



Prefácio

Quando Bernardino Machado, em 1893 e pela primeira vez, sobraçou uma pasta governativa no ministério do Partido Regenerador, presidido por Hintze Ribeiro, a sua presença foi adornada pelos burocratas do Terreiro do Paço com o cínico ferrete de “filósofo”. Deste modo, alegadamente pejorativo, assinalavam a chegada de um homem de ideias. Esse era, senão o seu crime, o seu maior defeito. Ser um homem de ideias. Pior. Um homem que desafiava a realidade em nome das suas ideias, que procurava conformar o real ao ideal. Num tempo de um dessorado cientismo, este voluntarismo de Bernardino Machado, não sendo um acto de estupidez – era reconhecidamente um homem inteligente, professor universitário e Par do Reino, desde 1890, eleito pelos estabelecimentos científicos – era, contudo, dum irrealismo e ingenuidade só passíveis de vicejar nos recessos miríficos do alcácer coimbrão. Enganava-se o coro das valquírias. O novo ministro, muito embora sacerdote da religião da Humanidade, era filho de Prometeu e não de Comte. Era um filho da liberdade e não do determinismo. O futuro do homem e da humanidade – como sempre disse – era obra da vontade e não da natureza, do esforço e não da inércia, do imperativo categórico duma consciência autónoma (ou seja, do dever) e não da contingência de factores heteronómicos (como as inclinações, as paixões e os bens materiais). Era por obra da livre vontade, que tudo se determinava e nos auto-determinávamos. E não o inverso. Ou seja, o destino era um projecto a fazer e não um trajecto a cumprir – como defendia o credo positivista. Não era doutrina nova. Tinham-na afirmado Kant (que Bernardino Machado, por mais de uma vez, cita e reivindica como

fonte de toda a moralidade), reafirmaram-na os liberais e socialistas franceses (como B. Constant, Lérroux e Proudhon) e, por fim, os neo-criticistas franceses mais ou menos seus contemporâneos – como Renouvier, Boutroux, Fouillée, Guyau, entre outros.

Mas se Bernardino Machado não dizia nada de novo, reivindicava, contudo, para o homem – com uma insistência e paciência ilimitadas – uma dignidade certificada não pelo cientismo monista de matriz darwinista e haeckeliana, dominante nas elites intelectuais (que reduzia o homem ao sucedâneo complexo dum antropóide inferior) mas pela dimensão metafísica da sua natureza, revelada na epígrafe revolucionária da Revolução de 1789 – *os direitos do homem e do cidadão* – princípio e fim do progresso humano, como tão bem demonstraram, Condorcet e Turgot, o romantismo social oitocentista, Edgar Quinet e Michelet, a nossa *Geração de 70*, Bruno e Guerra Junqueiro, e o próprio Bernardino Machado. É nestas Luzes, que não se esgotavam na razão, mas que pelos seus efeitos eram as que mais convinham ao género humano, que Bernardino Machado assentou todo o seu ideário e a sua praxis. É verdade que entre todas elas, pôs a tónica na liberdade, que considerava o grande axioma da vida moral, social e política. Mas a liberdade – como advertiu – devia ser temperada pela sociabilidade, deviam equilibrar-se, alimentar-se mutuamente, porque se a liberdade era condição essencial duma vida moralmente autónoma e do *self-government* (que será o mote da faina seareira) não menos importante era o amor ao próximo, a sociabilidade e a ajuda mútua, que inúmeros argumentos justificavam – como o princípio newtoniano da *atração* universal, os princípios evangélicos do Cristianismo, a sociogénese humana. O desequilíbrio de uma em prol da outra, trazia, no caso dum excesso de liberdade, as relações imorais do *struggle for life* (que apenas considerava aceitável no domínio do ser e não do dever ser) e a opressão da maioria por uma minoria (em geral, plutocrática), o reino do arbítrio de um só sobre os demais; no caso dum excesso de sociabilidade, tínhamos o aniquilamento do indivíduo e dos seus direitos fundamentais e inalienáveis, a opressão das minorias pelas majorias. Enfim, a sociabilidade le-

vada às últimas consequências suprimia a liberdade; esta, por sua vez, levada às últimas consequências, suprimia a sociabilidade e o auxílio mútuo. Na limitação destes excessos, no equilíbrio e harmonia dos seus termos, estava o lugar geométrico do que Bernardino Machado denominou “liberalismo socialista”. É por este e em nome deste, que desde 1882, se envolve activamente na política partidária. Mas a sua motivação, o seu compromisso, a sua bússola são de ordem moral. Para aborrecimento e impaciência de adversários e correligionários. Por isso não surpreende que, apesar de deputado monárquico, tenha denunciado quer os atentados dos governos monárquicos à liberdade (como a ditadura de João Franco) quer o seu clientelismo voraz, imoral e oligárquico. Mas também não deixou de elogiar, por mais de uma vez, as franquias e direitos alcançados, historicamente, pela burguesia e as medidas progressistas de Joaquim António de Aguiar, Mouzinho da Silveira, de Passos Manuel, de Fontes Pereira de Melo e outros liberais; é em nome dessa independência moral, da restituição das liberdades atropeladas e violentadas, da solidariedade e harmonias sociais rompidas pelo regime com o qual colaborara, que se torna maçã desde 1895; que em 1901, faz a apologia da *Liberdade* num formosíssimo opúsculo (que é como que o breviário da sua filosofia política); que em 13 de Outubro de 1903, faz a sua profissão de fé republicana no Ateneu Comercial de Lisboa; que critica, severamente, na sua *Oração de Sapiência* de 16 de Outubro de 1904, o ensino vigente na Universidade de Coimbra (artífice de servos e não de homens); que se põe ao lado dos estudantes, em 1907, pedindo a sua exoneração do cargo de lente catedrático da Faculdade de Filosofia, como protesto contra a repressão governamental sobre a greve académica; que adverte para a importância demopédica do ensino primário, secundário e superior, para a importância da escola do trabalho dirigida a um público cada vez mais amplo, onde destaca a criança e a mulher (como só antes encontramos em D. António da Costa); que aceita fazer parte do Governo Provisório da I República Portuguesa, cujas medidas nunca se cansará de elogiar ao longo da sua vida; que aceita presidir ao ministério do V Governo Republicano, em Fevereiro de 1914,

e à Presidência da República, em 1915-1917, procurando congraçar a família republicana (dividida em democráticos, almeidistas e camachistas) e atrair até os adversários do regime para o seio da família nacional; que combate a Ditadura acéfala de Pimenta de Castro, em 1915; que – contra a opinião pública – assume, em 1914, a responsabilidade política de alinharmos ao lado dos Aliados na I Guerra Mundial não apenas para honrarmos os deveres duma aliança histórica com a Inglaterra mas para combatermos pela defesa dos Direitos do Homem e do Cidadão; que combate, sem tréguas, em 1918, o Sidonismo e os seus abantesmas monárquicos, que denuncia o reaccionarismo macabro das forças que prostraram António Granjo na “noite Sangrenta” de 19 de Outubro de 1921, que denuncia a vacuidade da Ditadura Militar saída de 28 de Maio de 1926, e, por fim, a ditadura de campanário, político-clerical de Oliveira Salazar. Enfim, uma vida – eu diria antes, uma “via dolorosa” – de resistência e combate por uma ideia, por uma opção moral – a liberdade e o amor ao próximo – só estrategicamente, política e partidária. Com uma coerência admirável e exemplar. Percurso político, é verdade, mas acima de tudo o percurso do apóstolo dum ideário que se serviu da política para o realizar na sua terra, na sua pátria. Não como prosélito religioso e maniqueísta, mas pela liberdade de opinião, pelo apelo à reconciliação e à harmonia, pela doçura da palavra. Não acreditava no seu evangelho político e pedagógico como filho de Maomé nem de Torquemada, mas acreditava que só a liberdade, em situação, nos permitia rever os nossos erros e aperfeiçoar-nos. Só a liberdade, ao devolver-nos a maioridade moral, nos permitia viver no melhor dos mundos possíveis – como dissera Leibniz.

Tudo isto – e muito mais – encontraremos nas suas *Obras* cuja publicação agora se inicia. Com elas, pretendemos trazer para o terreno da nossa memória colectiva mais do que a trajectória factual dum político invulgarmente hábil e inteligente, a figura exemplar do homem, do cidadão e do pedagogo, do combatente pela liberdade e pelo amor ao próximo, do apóstolo da demopedia, da paz e do bem comum. É esta íncrita e inquebrantável postura moral – mais do que o cientista, o político ou o pedagogo – que hoje admiramos

em Bernardino Machado. É certamente esta, mais do que qualquer outra, a figura emblemática que estas *Obras* pretendem reabilitar e apresentar ao público leitor deste País.

Enfim, a publicação destas *Obras*, que agora se inicia muito deve ao corpo técnico do Museu Bernardino Machado (Dr.^a Suzana Salazar, Dr. Amadeu Gonçalves e Eng.^a Emília Nóvoa) e especialmente à Dr.^a Paula Lamego, Técnica Superior e Coordenadora Técnica da instituição; sem eles, seria ainda mais difícil concretizar este projecto; muito deve, também, ao empenhamento pessoal e incansável do Dr. Sá da Costa, Director da Casa da Cultura da Autarquia e à particular atenção e carinho que mereceu do Sr. Vereador da Cultura, Dr. Leonel Rocha. Os nossos agradecimentos vão ainda para os Srs. Doutores Manuel Laranjeira Rodrigues de Areia e José Francisco Rodrigues, professores, respectivamente, da Universidade de Coimbra e da Universidade de Lisboa, que enriqueceram, com o seu consumado saber, o 1.^o volume destas *Obras*. Mas apesar da conjugação de todos estes esforços, este projecto jamais teria o seu início, se, desde sempre, não tivesse tido – como teve – o entusiasmo, a confiança e o aval do Sr. Presidente da Câmara Municipal, Arquitecto Armindo Costa. A todos, os nossos agradecimentos.

Norberto Ferreira da Cunha

Coordenador Científico do Museu Bernardino Machado
e Coordenador Geral das *Obras* de Bernardino Machado

Tábua Cronológica

- 1850 Casamento de António Luís Machado Guimarães e de Praxedes de Sousa Ribeiro Guimarães.
- 1851 Nasce no Rio de Janeiro, Bernardino Luís Machado Guimarães, filho de António Luís Machado Guimarães e de Praxedes de Sousa Ribeiro Guimarães.
- 1855 Os pais de Bernardino Machado visitam os avós paternos deste, residentes em Joane.
- 1860 A família de Bernardino Machado regressa a Portugal e estabelece residência na freguesia de S. Salvador de Joane (Concelho de Vila Nova de Famalicão).
Instala-se na Casa da Torre de Cima, e, posteriormente, transfere moradia para o centro da vila.
- 1862 Bernardino Machado efectua o exame de instrução primária, no Liceu Nacional do Porto.
- 1864 António Luís Machado Guimarães, Pai de Bernardino Machado, exerce a função de 1.º Juiz substituto, em Vila Nova de Famalicão.
- 1866 Bernardino Machado matricula-se no 1.º ano da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra.
- 1867 Matricula-se no 1.º ano da Faculdade de Filosofia.
- 1868 Recebe um prémio em Matemática.
- 1869 Obtém distinção em Química Orgânica.
- 1870 António Luís Machado Guimarães adquire, por decreto do Rei, o título de 1.º Barão de Joane.
- 1871 Publicam-se os “Estudos Cosmológicos” (redacção de Bernardino Machado, António Maria de Sena e Francisco Augusto Correia Barata).
- 1872 António Luís Machado Guimarães, desempenha o cargo de Vice-

- Presidente, na Câmara de Vila Nova de Famalicão.
Bernardino Luís Machado Guimarães, declara, na Câmara Municipal de Vila Nova de Famalicão a sua opção pela nacionalidade portuguesa.
- 1873 Obtém o grau de bacharel em Filosofia e em Matemática.
Recebe um prémio em Filosofia.
- 1874 António Luís Machado Guimarães, 1.º Barão de Joane, colabora na fundação do Hospital de S. João de Deus, em Vila Nova de Famalicão.
(Lançamento da primeira pedra do novo Hospital).
- 1875 Bernardino Machado licencia-se em Filosofia com a tese “Theoria Mechanica da Reflexão e da Refracção da Luz”.
- 1876 Doutora-se em Filosofia com a tese “Deducção das Leis dos pequenos movimentos periódicos próprios da força elástica”.
- 1877 Concorre a professor substituto da Faculdade de Filosofia com a tese “Theoria Mathematica das Interferências”.
- 1879 É nomeado lente Catedrático da Faculdade de Filosofia.
- 1881 É proposto deputado pelo círculo de Vila Nova de Famalicão.
- 1882 Casa com Elzira Dantas, filha do conselheiro Miguel Dantas Gonçalves Pereira.
É eleito deputado regenerador pelo círculo de Lamego.
- 1883 Intervém, pela primeira vez, no parlamento.
Profer a “Oração de Sapiência” na abertura do ano lectivo da Universidade de Coimbra.
- 1884 Apresenta, no parlamento, uma nova planificação para o Ensino Profissional.
- 1885 Cria-se, por iniciativa de Bernardino Machado, a cadeira de Antropologia, Paleontologia Humana e Arqueologia Pré-Histórica na Faculdade de Filosofia de Coimbra, em substituição da de Agricultura, Zootécnica e Economia Rural.
Cria-se o Museu de História Nacional.
Profer a “Oração de Sapiência” intitulada “A Disciplina Académica”, na abertura do ano lectivo, na Universidade de Coimbra.
- 1886 Bernardino Machado propõe a instituição dos Liceus Femininos, em nome do princípio da igualdade de oportunidades na instrução juvenil.
Começa a reger a Cadeira de Antropologia.
- 1888 É nomeado Professor Honorário da Institución Libre de Enseñanza, de Madrid.
- 1889 Participa no Congresso da Liga Internacional do Ensino Livre, em Paris.
- 1890 Preside à Academia de Estudos Livres.
Elabora os estatutos da Liga Nacional de Educação Popular.

- É eleito Par do Reino pelos estabelecimentos científicos.
- 1891 Colabora, com João Franco, no Plano de reforma das Escolas e dos Institutos industriais e comerciais.
É nomeado Director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa.
- 1892 É Vice-Presidente da Secção Portuguesa do Congresso Pedagógico Hispano Português Americano, em Madrid.
Preside ao 1.º Congresso do Magistério Primário.
- 1893 É nomeado Ministro das Obras Públicas, Comércio e Indústria no ministério do Partido Regenerador, presidido por Hintze Ribeiro.
Nomeia Alice Pestana para estudar, em vários países da Europa, os estabelecimentos de ensino profissional do sexo feminino.
Reorganiza o ensino técnico-profissional.
Promove a realização da Exposição Industrial Portuguesa.
Cria um Tribunal de Árbitros Avindores, em Lisboa.
Cria o Museu Etnográfico Português, nomeando José Leite de Vasconcelos para seu director.
- 1894 É reeleito Par do Reino pelos estabelecimentos científicos.
- 1895 É eleito Grão-Mestre da Maçonaria.
- 1896 Preside à Direcção do Instituto de Coimbra.
- 1897 Profere uma conferência intitulada “A Socialização do Ensino”, na inauguração dos cursos para operários criados por “O Instituto” de Coimbra.
Preside ao 2.º e ao 3.º Congressos do Magistério Primário.
Publica-se a sua obra “Notas d’um Pae”.
- 1898 Preside à Sociedade de Antropologia de Coimbra.
- 1899 Renuncia ao Grão-Mestrado da Maçonaria Portuguesa.
- 1900 Inaugura as “Conferências de Pedagogia”, curso livre, efectuado aos domingos, na Universidade de Coimbra.
Profere uma conferência na Associação da Mulher Pobre, defendendo os direitos cívicos das mulheres.
- 1901 Critica a Reforma da Universidade, no contexto da remodelação do ensino universitário, em curso.
Publica um opúsculo intitulado “Pela Liberdade”. (“o seu brado pela liberdade”, na designação de Carolina Michaëllis de Vasconcelos).
Falecimento de Praxedes de Sousa Ribeiro Guimarães, 1.ª Baronesa de Joane e mãe de Bernardino Machado. O funeral integrou um número importante de notáveis e confrarias de Vila Nova de Famalicão. A família do estadista recebeu mensagens de condolências de diversas personalidades locais e nacionais, destacando-se o

- afetuoso telegrama de El-Rei D.Carlos I.
- 1902 É eleito Venerável Honorário da Loja “Pátria” em Coimbra.
- 1903 Faz a sua profissão de fé republicana através de conferência proferida no Ateneu Comercial de Lisboa.
- 1904 Profere a Oração de Sapiência intitulada “A Universidade e a Nação”, na abertura do ano lectivo da Universidade de Coimbra. Recebe mensagens de felicitações pela beleza do texto, remetidas por inúmeros intelectuais, entre eles Teixeira de Queirós, Afonso Costa, Duarte Leite, Adolfo Coelho, Teófilo Braga e José Caldas. Publica-se a sua obra “Conferências Políticas”.
- 1905 Publica-se a sua obra “A Universidade de Coimbra”.
- 1906 Desloca-se à cidade de Lisboa, onde é alvo de grandiosa manifestação pública.
- 1907 Pede exoneração de lente catedrático da Faculdade de Filosofia, em atitude de protesto contra a repressão do governo, no contexto da greve académica.
- 1908 Colabora na fundação da Liga Republicana das Mulheres Portuguesas. Torna-se alvo de nova manifestação nacional organizada por iniciativa do Partido Republicano, em Lisboa.
- 1909 Falecimento de António Luís Machado Guimarães, 2.º Barão de Joane e irmão de Bernardino Machado. O semanário “Estrela do Minho” dedica-lhe a 1.ª página, enaltecendo a acção desenvolvida por este benemérito, no contexto de Vila Nova de Famalicão.
- 1910 Desloca-se de Moledo do Minho, em direcção a Lisboa, na véspera da inauguração da implantação da República. É nomeado ministro dos Negócios Estrangeiros no Governo Provisório da 1.ª República. Convoca Daniel Rodrigues (advogado de Vila Nova de Famalicão) para tomar posse do lugar de Delegado do Procurador da República. Elzira Dantas Machado, mulher de Bernardino Machado e suas filhas Rita, Maria e Joaquina apoiam, activamente, a Liga Republicana das Mulheres Portuguesas.
- 1911 É eleito deputado à Assembleia Nacional Constituinte, por Lisboa Oriental. É eleito Senador, pelos seus pares, da Assembleia Nacional Constituinte. Elzira Dantas Machado, mulher de Bernardino Machado, solicita a colaboração de António Cristino (Casa do Reguengo – Cabeçudos) na administração do património familiar, localizado no Concelho de Vila Nova de Famalicão.

- 1912 Bernardino Machado é nomeado ministro de Portugal no Rio de Janeiro.
- 1913 Entrega credenciais como 1.º Embaixador de Portugal no Rio de Janeiro.
- 1914 Forma ministérios, assumindo a presidência. (2 governos sucessivos de conciliação entre as várias facções partidárias).
Apresenta a declaração do governo sobre a intervenção militar de Portugal na Grande Guerra.
- 1915 Reúne com Afonso Costa e António José de Almeida para analisar a complexidade da situação política nacional e internacional.
Protesta activamente contra o Governo de Pimenta de Castro, condenando a situação ditatorial, o militarismo do Governo, o papel equívoco do exército e o abandono da política intervencionista.
Bernardino Machado é eleito Presidente da República. (1.º mandato presidencial).
- 1916 Apoia a constituição do Governo da “União Sagrada”.
Promove as diligências governamentais para fazer face à guerra.
Elzira Dantas Machado, mulher de Bernardino Machado, funda e preside à Cruzada das Mulheres Portuguesas, organismo destinado a apoiar a intervenção de Portugal na Grande Guerra.
- 1917 Visita os primeiros transportes de tropas com destino à França.
Viaja através da França e da Inglaterra visitando o Corpo Expedicionário Português.
É recebido pelos reis Afonso XIII, em Espanha, Jorge V, em Inglaterra e por Alberto I, na Bélgica.
Bernardino Luís Machado Guimarães (filho do estadista) é mobilizado e presta serviço militar em França.
A Junta Revolucionária de Sidónio Pais destitui Bernardino Machado do cargo de Presidente da República.
O Presidente destituído é obrigado a sair de Portugal – 1.º exílio.
- 1918 Publica diversos manifestos contra o Sidonismo.
Morre a sua filha Maria, em França, vítima da epidemia de pneumónica.
- 1919 Regressa a Portugal, depois do 1.º exílio.
- 1921 Constitui Governo, assumindo a Presidência.
Promove a consagração do Soldado Desconhecido.
Publica-se a sua obra “Maria”.
- 1922 Publica o opúsculo “Reorganizem-se os partidos republicanos e a nação se reorganizará”. (Apelo à unidade democrática).
- 1924 Profere o discurso de abertura no Primeiro Congresso Feminista e da

- Educação, defendendo a plena cidadania feminina.
- 1925 É, novamente, eleito para o cargo de Presidente da República. (2.º mandato presidencial).
- 1926 Renuncia à Presidência da República transferindo o poder constitucional para o comandante Mendes Cabeçadas.
Retira-se para a sua residência, Castelo de St.^a Catarina, na Cruz-Quebrada.
- 1927 Parte para Vigo, tendo sido obrigado a sair de Portugal – 2.º exílio. Inicia a publicação dos seus “Manifestos” contra o regime de ditadura e do Estado Novo.
- 1928 Desenvolve várias iniciativas tendentes à aproximação entre os políticos exilados em Paris.
O Governo da Ditadura multa Bernardino Machado com a quantia de 200 contos.
- 1929 É eleito para o Supremo Conselho do Grau 33 da Maçonaria.
- 1930 Envia uma carta-manifesto aos estudantes republicanos da Faculdade de Direito de Lisboa.
- 1931 Promove uma conferência de exilados pertencentes a diversas tendências políticas.
Publica-se o manifesto “O Estado Novo ditatorial”.
- 1932 Transfere residência para La Guardia (Galiza).
- 1933 Envia mensagens sucessivas aos Chefes de Estado, Chefes de Governo e Sociedade das Nações protestando contra o reconhecimento oficial da ditadura portuguesa.
Publica-se o manifesto “O Presidente Salazar”.
- 1934 Elzira Dantas Machado, mulher do estadista exilado, redige, em La Guardia, “Contos para os meus netos”. (Obra de literatura infantil de carácter formativo).
- 1935 O governo espanhol obriga Bernardino Machado a sair de La Guardia.
O presidente exilado instala-se na Corunha e, posteriormente, em Madrid.
- 1936 Transfere residência de Espanha para França (no contexto da Guerra Civil Espanhola).
É incluído na amnistia promulgada em Portugal, mas recusa-se a regressar enquanto não existir liberdade de expressão.
- 1937 Bernardino Machado publica um opúsculo intitulado “Pela Independência e pela Integridade de Portugal. Manifesto à Nação”, exortando os portugueses, mais uma vez, a rebelarem-se contra o regime salazarista.

- 1939 Redige um manifesto, em nome dos republicanos portugueses emigrados em França, apelando à unidade partidária, no contexto da 2.^a Guerra Mundial.
- 1940 Regressa a Portugal, acompanhado de Jaime Cortesão.
Estabelece residência no seu Palacete de Mantelães (Paredes de Coura).
- 1942 Morte de sua mulher, Elzira Dantas Machado, no Hospital da Ordem Terceira de S. Francisco, no Porto.
- 1944 Recebe a visita do Almirante Gago Coutinho.
Bernardino Machado morre no Porto. O seu funeral, em Vila Nova de Famalicão, foi uma grandiosa manifestação de sentimento, apesar da repressão policial que tentou minimizar o significado do acontecimento.

Introdução

1

UMA BREVE INTRODUÇÃO ÀS DISSERTAÇÕES FÍSICO-MATEMÁTICAS DE BERNARDINO MACHADO

José Francisco Rodrigues

A reedição, cento e trinta anos depois, dos três trabalhos que constituem a obra escrita sobre Física-Matemática do jovem universitário Bernardino Machado, para além de ajudar a compreender a base científica da sua formação académica e da precisão metodológica que caracterizaram a sua vida, suscita interessantes questões sobre a história e desenvolvimento do conhecimento científico em Portugal na segunda metade de oitocentos.

Essas três memórias correspondem a três etapas consecutivas do final do seu período de estudante ao início da sua carreira de professor na Universidade de Coimbra. Entre os vinte e quatro e os vinte e seis anos, licencia-se e doutora-se em Filosofia (Natural), em 1876, e obtém o grau de professor substituto da respectiva Faculdade, no ano seguinte.

A dissertação de Física-Matemática de licenciatura, “THEORIA MECHANICADAREFLEXÃO E DAREFRACÇÃO DALUZ”, foi publicada entre 1875 e 1876 em vários fascículos dos volumes XXI e XXII da revista de Coimbra “O Instituto” (nº1 pp.23-25, nº2 pp.70-80, nº7 pp.13-18, nº8 pp.65-70, nº9 pp.102-109, nº10 pp.158-170, nº11 pp.221-229, nº12 pp.282-286, nº13 pp.7-13) e consiste numa exposição da teoria de Fresnel das vibrações iluminantes do éter.

No Doutoramento apresentou uma dissertação inaugural para o “Acto de Conclusões Magnas” sobre “A DEDUÇÃO DAS LEIS DOS PEQUENOS MOVIMENTOS PERIÓDICOS PRÓPRIOS DA FORÇA ELÁSTICA”, um curto texto de 32 páginas, onde descreve a obtenção das soluções da equação linear das oscilações, e um conjunto sumário de “THESES DE PHILOSOPHIA NATURAL” sobre Química, Física, Zoologia e Geologia, e Botânica e Agricultura.

A memória “THEORIA MATHEMATICA DAS INTERFERENCIAS”, também publicada pela Imprensa da Universidade de Coimbra em 1876, foi apresentada para o concurso de professor substituto e é uma terceira dissertação onde, em 85 páginas, Bernardino Machado faz uma exposição elementar da teoria linear das ondas sinusoidais.

O conjunto destes três textos, apesar do valor expositivo e académico que tiveram na época para laurear o seu autor e poderem prenunciar a sua propensão e capacidade para a pedagogia e para a sistematização científica, não acrescentaram novas descobertas, nem à Física nem à Matemática, e tem hoje em dia um carácter meramente histórico.

Apesar dos aspectos inovadores que o seu trabalho representa, relativamente à introdução em Portugal de um pequeno, mas importante, capítulo teórico da física moderna, ele não deixa de se enquadrar “na estreiteza do círculo em que se projecta a luz da instrução” na Universidade de Coimbra, usando uma expressão de Sidónio Pais da sua célebre oração de sapiência de 1908.

Talvez consciente disso, Bernardino Machado, que ao atingir o grau de catedrático em 1879, de Geologia, lecciona a disciplina de Agricultura, não prossegue os seus estudos iniciais de Física-Matemática. No entanto, desempenha um papel fundamental na criação da cadeira de Antropologia, Paleontologia Humana e Arqueologia Pré-Histórica, em 1885. É como fundador da *Sociedade de Antropologia de Coimbra* e introdutor em Portugal desta disciplina, que se destaca como professor e que evidencia o seu interesse pelo Homem, o qual alicerça o seu perfil polivalente de cientista, pedagogo e político.

Mas a sua formação inicial é essencialmente matemática, pois quando se inscreve na Universidade de Coimbra com quinze anos, torna-se num dos 67 matriculados na Faculdade de Matemática desse ano, na qual em 1868, logo no segundo ano, recebe um prémio. Frequentando simultaneamente a Faculdade de Filosofia, obtém o grau de bacharel em Matemática e em Filosofia em 1873, um ano antes do seu contemporâneo Francisco Gomes Teixeira, também nascido em 1851 e que viria a ser o mais importante matemático português do século XIX.

No bacharelato de matemática da Universidade de Coimbra, estudava-se logo no primeiro ano a geometria analítica a duas e três dimensões e a teoria das funções circulares (trigonometria) na cadeira de *Álgebra Superior*, e as equações diferenciais, no segundo ano, na cadeira de *Calculo differencial e integral, das differenças, directo e inverso; das variações e das probabilidades*. A *Mechanica racional e suas applicações às machinas* fazia parte do terceiro ano, juntamente com a *Geometria descriptiva – applicação á stereotomia, á perspectiva e á theoria das sombras* e a *Physica* (2ª parte) que era uma cadeira da Faculdade de Filosofia. A *Physica mathematica – applicação de mechanica às construções*, juntamente com a *Mechanica Celeste* e outras cadeiras, como *Desenho*, *Geometria descriptiva*, *Astronomia*, *Geodesia*, na Faculdade de Matemática, ou *Chimica inorgânica*, *Chimica orgânica – Analyse chimica* e *Mineralogia*, *Geologia* e *Artes de minas*, na Faculdade de Filosofia, completavam a formação em cinco anos de um bacharel em Matemática.

Se observarmos que às oito cadeiras de Matemática se acrescentavam cinco cadeiras da Faculdade de Filosofia (uma em cada ano), além de duas cadeiras de Desenho (nos dois primeiros anos), a complementação simultânea do curso de Filosofia, que incluía ainda *Botânica*, *Zoologia* e *Agricultura*, levou Bernardino Machado a frequentar mais dois anos que os cinco habituais na obtenção de cada um dos dois cursos. A sua formação de base foi, portanto, marcada pelo cunho positivista da orientação geral do curso de matemática de Coimbra, subjacente à expressão da lição de sapiência de 1877 do lente de *Calculo differencial e integral*, o decano de Matemática, Venâncio Rodrigues, “seu mestre e amigo” a quem dedicara a tese de doutoramento: “*O tempo e o espaço são qualidades necessarias para percepção dos objectos sensiveis. Os attributos que lhes são inherentes devem tambem convir aos dictos objectos; e os seus raciocinios que se podérem fazer sobre as suas propriedades são-lhes tambem applicaveis. É por este modo que se applicam a evidencia, a universalidade, e a necessidade das proposições mathematicas; e as suas applicações a todos os phenomenos do Universo*”.

A óptica aristotélica, que por mais de dois milénios marcou a cultura europeia, procurava descrever as leis da visão concebendo a luz como o resultado de um estado transparente de um meio na presença de um objecto luminoso. No alvor da óptica moderna, Descartes, procurando ir além da Óptica Geométrica, utilizou um modelo mecânico para obter em termos matemáticos a lei dos senos da refração, descoberta independentemente por Snell, que traduz a variação do raio luminoso ao atravessar a interface entre dois meios de densidade diferente. Na Dióptrica, um dos três apêndices ao *Discours de la Méthode* publicado em 1637, para Descartes, a luz era uma acção que se propagava a uma velocidade infinita num meio material e corpuscular, o éter.

A descoberta de Newton, na segunda metade do século XVII, da decomposição da luz branca numa mistura de vários tipos de luz através da difracção prismática, foi talvez o maior avanço na óptica da época. A sua teoria corpuscular da luz, em particular, a sua *Opticks*, publicada em 1704, foi objecto de várias controvérsias, nomeadamente com os partidários da teoria ondulatória da luz, cujos primeiros conceitos haviam sido publicados em 1691 no *Traité de la Lumière* de Huygens. O seu princípio fundamental estabelece que cada ponto num corpo luminoso está em agitação e pode, portanto, ser considerado um centro de perturbação do éter, de modo que, num instante seguinte, a sua progressão numa superfície de onda cujos pontos se tornam centros de outras ondas secundárias, define um envelope comum que define o progresso, incluindo a direcção, da perturbação óptica.

No século das luzes, Euler, na sua *Nova theoria lucis et colorum*, de 1746, baseando-se numa analogia mecânica entre a propagação do som e da luz, propõe uma teoria da luz (e da cor) em que ondas sinusoidais longitudinais partindo de uma fonte descrevem as oscilações de cada partícula do corpo luminoso transmitidas às partículas adjacentes do éter de modo semelhante às da corda vibrante. Prenunciando a revolução óptica do século XIX, Thomas

Young, em 1802, acrescentou uma teoria das interferências à teoria ondulatória de Euler, afirmando que “*quando duas ondulações, de diferentes origens, coincidem perfeitamente ou muito aproximadamente em direcção, o seu efeito conjunto é uma combinação dos movimentos de cada um.*”

Entre 1815 até ao seu desaparecimento, em 1827, Augustin Fresnel revolucionou a teoria ondulatória na óptica física com a sua teoria mecânica da difracção, da polarização e da dupla refracção da luz baseada em termos matemáticos e precisos experimentalmente, fazendo um uso efectivo do princípio de Huygens, mas acrescentando-lhe considerações dinâmicas. O novo “*princípio de Fresnel*” assenta em três hipóteses: as vibrações da luz são sinusoidais, isto é, as mais simples possíveis; a difracção resulta da sobreposição de ondas originadas duma fonte e de onduletas reemitidas pelas extremidades do difractante e as vibrações interferentes reforçam-se quando se encontram no mesmo estado vibratório (isto é, *em fase*, ou seja, quando a sua diferença é um múltiplo inteiro do comprimento de onda) e anulam-se quando *em oposição de fase* (isto é, quando a sua diferença é um número ímpar de semi-comprimentos de onda).

O modelo mecânico do éter estimulou importantes desenvolvimentos na teoria matemática das equações com derivadas parciais e na análise de Fourier, e é importante na história da Física não só pelos avanços que possibilitou, como por exemplo, a solução dada por Cauchy, na década de 1830, ao problema da dispersão refractiva, mas sobretudo num novo conceito de física baseada na matemática da teoria linear das ondas. Em particular, o nascimento da teoria electromagnética da luz de Maxwell em 1862, na sequência das “linhas físicas de força” e das experiências de Faraday, estabeleceu o elo crucial ao afirmar que “*a luz consiste nas ondulações transversais do mesmo meio o qual é a causa dos fenómenos magnéticos e eléctricos*”, baseando-se na correlação entre as equações da óptica e do electromagnetismo e nas fórmulas dos modelos mecânicos.

As interacções e (in)compreensões entre físicos e matemáticos estão significativamente retratadas numa carta de Faraday a Maxwell de 1857. Nela, aquele físico inglês, célebre pelas suas experiências

que ajudaram a compreender relações fundamentais entre os fenómenos magnéticos e eléctricos, dirigia-se a Maxwell enquanto matemático e interrogava-se se “*quando um matemático que estuda os factos e os fenómenos físicos chega às suas conclusões não as poderia exprimir numa linguagem corrente de forma tão completa, clara e precisa quanto a sua formulação matemática?*” E comentava que se assim fosse isso seria de uma grande utilidade para pessoas como ele próprio, pois a tradução dos “hieróglifos” matemáticos permitiria estudar esses factos físicos através de experiências, algo que Faraday acreditava ser possível na teoria de Maxwell, pois sem entender todas as suas etapas tinha entendido as suas conclusões.

Na exposição coimbrã de 1875 da teoria mecânica de Fresnel, Bernardino Machado começa com o enunciado de dois princípios, o da *continuidade*, que considera planas as ondas de propagação da luz e assenta na “*perfeita elasticidade do ether*”, e o *das forças vivas*, que rege a divisão do raio incidente num reflectido e noutro refractado. Na aplicação destes princípios, o jovem laureado estuda primeiro a reflexão da luz polarizada no plano de incidência, concluindo que se exprimem em duas equações a duas incógnitas, e, sucessivamente, a reflexão da luz polarizada perpendicularmente ao plano de incidência, num azimute qualquer, polarizada circular ou elípticamente, concluindo com a reflexão da luz natural e com uma discussão da fórmula da intensidade, considerando as vibrações da luz natural, durante intervalos de tempo muitíssimo curtos, como elípticas.

Passando ao estudo da refacção da luz, Bernardino Machado segue uma exposição análoga, considerando sucessivamente a polarização no plano de incidência, perpendicularmente a esse plano e a polarização elíptica ou circular, para em seguida discutir a fórmula da intensidade na refacção da luz natural e concluir essa secção com a lei descoberta por Arago: “*as quantidades de luz polarizada pela reflexão e pela refacção, diversas relativamente ás quantidades totaes de luz reflectida e refractada, são comtudo em absoluto identicas uma á outra*”. Na secção final, Bernardino Machado trata o caso da reflexão total, no qual as fórmulas de Fresnel envolvem números imaginários, invocando o princípio de Huyghens e concluindo com

uma discussão das fases das componentes da decomposição da luz polarizada obliquamente ao plano de incidência que termina o trabalho com a significativa frase “*Confirma-o a experiência*”.

Na sua tese de licenciatura, como aliás nos outros dois trabalhos, Bernardino Machado não incluiu a bibliografia que utilizou. No entanto, uma referência e uma citação de Verdet, leva-nos a concluir que terá utilizado a reconstrução da teoria de Fresnel efectuada por esse grande professor de Física parisiense nas suas “*Leçons d’Optique Physique*”, publicadas em 1869/1870, e, provavelmente, também as “*Oeuvres Complètes*” de Fresnel, co-editadas por aquele físico em três volumes e publicadas em Paris entre 1866 e 1870.

“A DEDUÇÃO DAS LEIS DOS PEQUENOS MOVIMENTOS PERIÓDICOS
PRÓPRIOS DA FORÇA ELÁSTICA”

Galileu Galilei no fim da primeira jornada dos *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica ed i movimenti locali* (1638) refere a questão das cordas vibrantes e das consonâncias do seguinte modo: “... a razão primeira e imediata de que dependem as razões dos intervalos musicais não é nem o comprimento das cordas, nem a sua espessura, mas a proporção existente entre as frequências das vibrações, e portanto das ondas que, propagando-se no ar, atingem o tímpano do ouvido fazendo-o vibrar nos mesmos intervalos de tempo”. Mas é, sobretudo, a Marin Mersenne que se deve o estabelecimento das leis básicas da moderna acústica das cordas vibrantes. Com efeito, na sua monumental obra “*Harmonie universelle*” (1636), encontram-se as suas leis experimentais sobre a proporcionalidade do período de vibração da corda, e portanto do inverso da frequência, relativamente ao seu comprimento, ao inverso da raiz quadrada da sua tensão e à raiz quadrada da sua espessura ou área da sua secção.

No entanto, a teoria matemática do som, só se viria a desenvolver no século XVIII, na sequência da evolução da dinâmica baseada no modelo da Mecânica de Isaac Newton estabelecido nos “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*” (1687). Em particular,

baseando-se na “segunda lei de Newton” e introduzindo a “condição das pequenas vibrações do pêndulo”, em 1713 Brook Taylor foi o primeiro a calcular o período fundamental de uma corda vibrante e a deduzir a lei de Mersenne. Mas foi Johann Bernoulli quem, em 1727, em cartas dirigidas ao seu filho Daniel em St. Petersburg, estabeleceu a primeira análise matemática da configuração da pequena deformação da corda vibrante com peso.

Partindo da equação diferencial do pêndulo simples de comprimento L (a determinar) para um elemento da corda de massa ρdx (d^2/dx^2 denota a segunda derivada em ordem à variável espacial x)

$$d^2u/dx^2 = (-g/L)(\rho/\tau)u,$$

J. Bernoulli obteve a solução proposta por Taylor para a posição de equilíbrio entre $x = 0$ e $x = l$, a qual é dada, a menos de uma constante A , por

$$u(x) = A \sin \omega x,$$

onde $\omega = [(g/L)(\rho/\tau)]^{1/2}$, τ é a tensão da corda e g a aceleração da gravidade. Em particular, demonstrou que a configuração da corda tem a forma de um seno, de onde, fazendo $u = 0$ quando $x = l$, se deduz $L = (g\rho/\tau)(l^2/\pi^2)$. Pela segunda lei de Newton, a pequena vibração do pêndulo também vem dada por uma equação diferencial de segunda ordem (d^2/dt^2 denota agora a segunda derivada em ordem ao tempo t)

$$d^2u/dt^2 = (-g/L)u,$$

o que nos dá o valor do período $T = 2\pi (L/g)^{1/2}$. Assim, substituindo o valor de L atrás calculado, obtém-se a frequência (fundamental) da corda vibrante $1/T = (\tau/\rho)^{1/2}/2l$, reencontrando-se assim as leis de Mersenne, estabelecidas no século anterior.

Mas se Bernardino Machado na sua dissertação de licenciatura não pretendeu ir além da explanação da teoria de Fresnel *numa linguagem corrente de forma tão completa, clara e precisa quanto a sua formulação matemática*, na sua tese de doutoramento ele afirma explicitamente pretender “*deduzir as leis dos pequenos movimentos periódicos próprios da força elástica*”, não fazendo, surpreendentemente, qualquer referência nem à teoria clássica das vibrações da dinâmica linearizada de setecentos, nem à analogia mecânica de Euler entre a propagação ondulatória do som e da luz.

Na introdução, após uma breve referência à terminologia cinemática dos movimentos uniformes e variados, das relações diferenciais entre espaço percorrido, a respectiva velocidade e aceleração, e os tempos decorridos, fixa-se nos movimentos periódicos, que designa de oscilações, os lentos, e de vibrações, os rápidos. Naqueles, caracterizando a dinâmica pela força elástica, “*a força contínua do movimento periódico*”, como oposta à “*distância do seu logar de inanição ao seu actual logar d’acção*”, que designa por $\delta = \delta(t)$, obtendo, por linearização do desenvolvimento em potências, a equação diferencial clássica do pêndulo:

$$d^2\delta/dt^2 = -\alpha \delta ,$$

onde α representa uma certa constante física, positiva, a determinar.

Invocando a edição de 1858 do *Curso completo de Mathematicas puras* de L.B. Francoeur, o livro há várias décadas adoptado em Coimbra na cadeira do segundo ano de Cálculo, e usando o método de integração clássico de separação de variáveis, deduz facilmente “*a lei pretendida das velocidades d’um pequeno movimento periódico próprio da força elástica*”

$$v(t) = a (2\pi/T) \text{ sen } (2\pi/T) t ,$$

onde a denota a amplitude e T o período. Com breves considerações dinâmicas, conclui a curta dissertação com uma fórmula para a , inferindo “*que a amplitude está na razão directa da força instantanea de cada movimento proprio da força elastica, definido pelo seu periodo*”, depois de ter obtido antes outra fórmula clássica para o período T , que estabelece estar “*na razão directa da raiz quadrada da massa elastica, e na inversa da raiz quadrada da força elastica determinada á unidade negativa de distancia*”.

“THEORIA MATHEMATICA DAS INTERFERENCIAS”

A teoria matemática das oscilações lineares sofreu um salto qualitativo sobretudo com a introdução da equação das ondas para o deslocamento unidireccional $u = u(x,t)$ da corda vibrante, onde $c^2 = \tau/\rho$,

$$\partial^2 u / \partial t^2 = c^2 \partial^2 u / \partial x^2$$

na memória “*Recherche sur la courbe que forme une corde ten-*

due mise en vibration”, de D’Alembert publicada pela Academia de Berlim em 1747. Com os trabalhos subsequentes de Euler, Daniel Bernoulli e Lagrange, a teoria matemática do movimento ondulatório adquire o modelo adequado às pequenas vibrações, o qual vai ser determinante no estudo das oscilações nos sólidos elásticos, nas ondas em fluidos e, em particular, na propagação do som no ar.

É o próprio D’Alembert que determina a primeira solução da equação das ondas a partir das condições iniciais, considerando, em particular, soluções do tipo sinusoidal, na forma da solução de Taylor. Mas é numa memória de Euler de 1748 “*De vibratione chordarum exercitatio*”, que foi estabelecida a possibilidade da equação das ondas admitir soluções na forma de uma combinação de várias oscilações

$$u(x, t) = \sum_n \{A_n \text{sen}(n\pi x/l) \cos(n\pi ct/l)\}$$

não sendo, contudo, aí especificado se a soma $\sum_n$ em $n = 1, 2, 3, \dots$, seria finita ou infinita, mas sendo logo observado que os modos simples de vibrações podiam ser combinados com amplitudes A_n arbitrárias.

No desenrolar da célebre “controvérsia da corda vibrante”, uma disputa científica que envolveu os principais matemáticos de setecentos, Daniel Bernoulli, num escrito de 1753, estabelece o princípio da sobreposição das pequenas oscilações harmónicas, enquanto uma lei física e não tanto como um resultado matemático, concluindo que “todo o corpo sonoro contem potencialmente uma infinidade de sons e uma correspondente infinidade de modos de produzir as respectivas vibrações regulares”. Logo a seguir, numa extraordinária memória do jovem Lagrange, “*Recherches sur la nature et la propagation du son*”, publicada em Turim em 1759, já se encontram formalmente as fórmulas, hoje chamadas de Euler-Fourier, que definem as constantes A_n a partir das condições iniciais do problema.

Mas apesar de próprio Lagrange ter intuído a possibilidade dos seus cálculos poderem demonstrar “a bela proposição do Sr Daniel Bernoulli que, quando um sistema qualquer de corpos efectua oscilações infinitamente pequenas, o movimento de cada corpo pode ser considerado como composto de vários movimentos parciais e síncronos cada qual ao de um pêndulo simples”, foi necessário esperar

pelo século seguinte para a análise matemática poder assegurar, sob condições muito gerais, que qualquer função pode efectivamente ser representada por uma série trigonométrica infinita.

De facto, com a publicação em 1822 da obra fundamental de J. Fourier, “*Théorie analytique de la chaleur*”, deu-se um novo passo decisivo na Física-Matemática. Mas apesar de Fourier defender a possibilidade do “desenvolvimento de uma função arbitrária em séries trigonométricas” e afirmar que “a aplicação dos seus princípios à questão do movimento das cordas vibrantes podia resolver as dificuldades presentes na análise de Daniel Bernoulli”, só ao longo de oitocentos o progressivo esclarecimento das próprias noções de “função arbitrária” e da análise das várias noções de convergência de séries infinitas de funções e, sobretudo, já no século XX, com o teorema de Riesz-Fischer de 1907 sobre a convergência das séries de Fourier em média quadrática, é que a análise funcional do fenómeno vibratório adquire o estágio actual de desenvolvimento e rigor, com vastas e profundas consequências em toda a Física.

A terceira memória de Bernardino Machado visa analisar e caracterizar “*o problema mathematico das interferencias*”, que, segundo o autor, já “*Doutor em Philosophia e Socio effectivo*” do Instituto de Coimbra, “*consiste na composição e decomposição das vibrações simples ligadas á mesma materia*”. Apesar de vir numa sequência lógica e temporal dos seus dois outros trabalhos, e, por isso, podermos supor que teve como motivação as vibrações na teoria ondulatória da luz, não há nela nada que o indique. Pelo contrário, a generalidade e clareza com que esta pequena monografia expõe a teoria matemática, que se reduz basicamente a relações simples de trigonometria elementar e de geometria analítica, contrastam com genéricas e vagas referências físicas à identificação numa equação de uma “*distancia da posição actual da materia vibrante á sua posição intermedia de natural equilibrio*” e da “*força viva do movimento associado á materia*”, numa definição do que hoje se associa à energia cinética, na introdução, e ainda numa nota de rodapé, no início do primeiro capítulo, em que adverte só falar “*da lei das distancias da molecula vibrante, quando interessar*”.

A introdução começa por definir uma vibração simples a partir da simples lei sinusoidal das velocidades

$$v = \alpha \operatorname{sen} (2\pi N t + \phi)$$

onde $\alpha = a 2\pi N$, relaciona a amplitude da vibração, a , com o número de vibrações por segundo N ($= 1/T$), suposto aproximadamente um número inteiro, e onde ϕ representa a fase do movimento. Após as definições, a introdução termina com a explicação da divisão do trabalho em três capítulos, sucessivamente, para as vibrações rectilíneas (unidireccionais), para as vibrações planas e para as espaciais.

O primeiro capítulo começa por tratar a composição e decomposição de duas vibrações antes de abordar o caso finito de “*muitas vibrações*”. Baseando-se apenas na fórmula trigonométrica do seno da adição, considera sucessivamente os casos das igualdades e das variações das fases, das amplitudes e dos períodos, reduzindo o caso finito ao de duas vibrações, quando possível. Apenas com as fórmulas elementares da trigonometria, este tratamento é, naturalmente, muito limitado e poderá surpreender o leitor pelo pouco interesse das conclusões.

As vibrações no mesmo plano e “*em todas as direcções*”, são tratadas, respectivamente, no segundo e terceiro capítulos usando basicamente a álgebra vectorial da geometria analítica a duas e a três dimensões. Assim, para além da adição vectorial das velocidades, que segundo cada eixo cartesiano segue uma lei sinusoidal, a composição e decomposição das vibrações apenas fica identificada em casos muito particulares das direcções diagonais e quando os períodos são iguais.

Com efeito, apesar do autor estar preocupado com as “*concordancias e discordancias perfeitas*”, não deixa de ser estranha a conclusão, logo no primeiro capítulo para o caso de vibrações de período desigual, de que “*não é possível a decomposição d’uma vibração simples noutras de periodos diversos*”. Esta afirmação num texto de Física-Matemática publicado em 1876 não deixa de ser surpreendente, e suscita a questão de saber quando se começou a estudar em Portugal a teoria de Fourier, não só a sua teoria analítica do calor como também a representação de funções pelas suas séries de senos e co-senos.

Esta última obra de Física-Matemática é dedicada ao estadista da Regeneração, António Maria de Fontes Pereira de Mello, na altura Presidente do Conselho, que o fará entrar na política mais tarde. Candidato em 1882, Bernardino Machado foi eleito deputado regenerador primeiro por Lamego e, em 1886, por Coimbra, iniciando um percurso político que o levaria duas vezes à Presidência da República, em 1915-1917 e em 1925-1926.

BIBLIOGRAFIA

- U. Bottazzini, *The Higher Calculus: A History of Real and Complex Analysis from Euler to Weierstrass*, Springer-Verlag, New York, 1986.
- J.T. Cantor & S.Dostrovsky, *The Evolution of Dynamics: Vibration Theory from 1687 to 1742*, Springer-Verlag, New York, 1981.
- G.N. Cantor, *Physical Optics*, in pp. 627-638, *Companion to the History of Modern Science* (Ed. R.C.Olby et al.), Routledge, London, 1990.
- N.F. Cunha (Coordenador), *Bernardino Machado, O Homem, o Cientista, o Político e o Pedagogo*, (Actas do Colóquio 6|7 Novembro 1998), Museu Bernardino Machado, Vila Nova de Famalicão, 2001.
- A.D. Dalmedico, *Mathématisations, Augustin-Louis Cauchy et l'École Française*, Ed. du Choix, A. Blanchard, Paris, 1992.
- F. Castro Freire, *Memória Histórica da Faculdade de Mathematica*, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1872.
- I. Grattan-Guinness, *The Development of the Foundations of Mathematical Analysis from Euler to Riemann*. MIT Press, Cambridge, Mass., 1970.
- J. Gribbin, *História da Ciência – de 1543 ao presente*, Publicações Europa América, Lisboa 2005 (tradução do inglês *Science – A History 1543-2001*).
- B.B. Hubbard, *Ondes et ondelettes – la saga d'un outil mathématique*, Pour la Science, Paris 1995.
- E. Rosa, *Bernardino Machado – Fotobiografia*, Edição do Museu da Presidência da República, Lisboa 2006.

2

BERNARDINO MACHADO, PROFESSOR DE ANTROPOLOGIA

*Manuel Laranjeira Rodrigues de Areia*¹

1

Num colóquio em que a evocação de Bernardino Machado, como cientista, incide principalmente no professor, na corrente científica em que se situa e nos princípios que o orientam optei, para abordar sucintamente o primeiro tema – Bernardino Machado, professor de Antropologia – optei, dizia, por enquadrar a acção de Bernardino Machado, na Faculdade de Filosofia da Universidade de Coimbra, primeiro como professor da Faculdade e proponente da criação da cadeira de Antropologia, e depois como seu responsável, incidindo particularmente na acção do Professor numa área científica nova para a qual desperta a curiosidade e ganha adeptos dentro e fora da Faculdade. Esta actividade de professor parece ter sido particularmente fecunda na década de 1893 a 1903 que corresponde de resto, no entendimento de um seu familiar, a «uma das épocas mais tranquilas e felizes da sua tão longa e fecunda existência»².

Embora Bernardino Machado se tenha tornado professor com uma dissertação em Física Matemática, intitulada a *Teoria Mecânica da Reflexão e da Refracção da Luz*, um tema científico do campo de Física, mais exactamente da Óptica Física, a verdade é que coube também a Bernardino Machado, como Professor Catedrático, a regência da cadeira de Geologia, mas na realidade o que começou mesmo a leccionar foi a cadeira de Agricultura! A história tem o seu quê de bizarro e o melhor é ouvir o depoimento autobiográfico de Bernardino Machado:

“Fui catedrático em 17.4.79, coube-me a cadeira de Geologia e como o Gonçalves Guimarães se preparou para a Geologia e eu para a Física, cedi logo a minha cadeira àquele meu antigo condiscípulo, sujeitando-me a continuar na situação de substituto. A Faculdade concordou, tomando assim implicitamente o compromisso de me colocar na Física, logo que este ensino vagasse”³.

Mas... uma história de intriga e ciúmes, no interior do Conselho da Faculdade, fez com que Bernardino Machado não viesse de imediato a reger a cadeira da Física (embora como professor substituto como pretendia), cadeira esta que a julgar pelo teor das Actas da Faculdade de Filosofia era sem dúvida a de maior prestígio e, por isso mesmo, a mais disputada pelos catedráticos. Bernardino Machado viria a regê-la mais tarde, mas depois de leccionar a cadeira de Geologia e antes de entrar para o Parlamento.

Esta manifesta polivalência dos então Professores Catedráticos da Faculdade de Filosofia ajuda-nos a entender por que a proposta de criação da cadeira de Antropologia, mais exactamente «Antropologia, Paleontologia Humana e Archeologia Pré-Histórica», apresentada ao Parlamento em 1883 e aprovada em 1885, não tivesse que vir, necessariamente, de um especialista em Antropologia que, de resto, não o havia na Universidade de Coimbra. A proposta de Bernardino Machado para a criação da cadeira de «Antropologia, Paleontologia Humana e Archeologia Pré-histórica» situa-se numa reformulação do ensino das Ciências Naturais, à época Filosofia Natural, que tinha por objectivo alargar explicitamente ao campo humano os métodos e as práticas classificativas das Ciências da natureza. Introduzir na Faculdade de Filosofia natural uma cadeira de Antropologia corresponderia a uma inovação especulativa de classificação dos grupos humanos dentro da mesma lógica da taxionomia e da classificação das plantas, dos animais e dos minerais. Essa era a Filosofia Natural onde agora se enxertava a Antropologia. O ano de 1885 ficou, assim, marcado por um acto fundador que, passado um século, o actual Instituto de Antropologia (compreendendo actualmente o Departamento de Antropologia e o Museu Antropológico) recordou com

adequadas comemorações do centenário das quais destaco a exposição intitulada «Cem Anos de Antropologia em Coimbra», facto que ficou assinalado com uma placa evocativa da efeméride.

2

O ensino das matérias da cadeira de antropologia aparece desde o início muito ligado ao Museu de História Natural que vai, ele também, por empenho de Bernardino Machado, evoluir no sentido de aí se organizar uma secção didáctica que apoiará o ensino da Antropologia na mesma lógica das três secções já existentes que apoiavam o ensino da Zoologia, da Botânica e da Mineralogia.

Embora não tenha chegado até nós nenhuma listagem de matéria ou formulação do programa que funcionou com Bernardino Machado, temos uma informação indirecta das matérias leccionadas nos trabalhos dos alunos bem como nos programas apresentados pelo Doutor Teixeira Bastos, Professor substituto, que leccionou a cadeira de Antropologia nos anos lectivos de 1885/86 e 1889/90⁴.

Pela forma como são apresentados os trabalhos e ainda pelas muitas intervenções que conhecemos onde Bernardino Machado explica detalhadamente o que entende dever ser o ensino universitário⁵ não temos dúvidas de que o Professor se ocupava mais com os trabalhos dos alunos do que com prelecções teóricas. As aulas parecem ter tido um cunho eminentemente prático (talvez hoje falássemos de aulas teórico-práticas) e a forma de actuação do mestre não estaria longe do modelo a que hoje chamamos seminário⁶. É o que se depreende dos trabalhos dos alunos, investigações cuidadosamente apresentadas sob a forma de dissertação, publicadas em 1904 com o título «Aula de Anthropologia da Universidade de Coimbra – trabalhos dos alumnos», vol. I, onde se incluem dissertações que vão de 1885, a primeira, a 1904, a última.

Sobre este volume com os trabalhos dos alunos se pronuncia Rocha Peixoto na revista *Portugália*, em 1906:

“A iniciativa, o ensinamento e a alta inspecção destas investigações cabem ao Professor, Sr. Bernardino Machado ao qual grande parte dos seus alunos tributa, em dedicatórias tão calorosas como justificadas, as homenagens de mais viva simpatia e admiração. E para a Portugália é este um grato momento de poder também associar-se, com os mais rendidos aplausos, ao preito de que neste volume é alvo tão legitimamente, o insigne Professor que, num país indigente de iniciativas como óptimo de indolências, assim ensina e pratica, lúcido e fecundo, a História Natural do Homem”⁷.

Este volume dos trabalhos dos alunos constitui, certamente, o melhor documento para informar quanto ao conteúdo científico desta disciplina tal como a encarava Bernardino Machado, em Portugal, na viragem do século. O facto de esta publicação se apresentar como vol. I deixava, claramente, implícita a ideia de continuidade. Este primeiro volume continha trabalhos apresentados ao longo de duas décadas; não apareceu o volume II, mas em 1914 (dez anos após a publicação do primeiro volume) o então Professor de Antropologia, E. Tamagnini, antigo aluno de Bernardino Machado e que recebeu a cadeira por renúncia do mestre, em 1907, lança a revista «Contribuições para o Estudo da Antropologia Portuguesa», publicação não periódica da Instituição, onde passam a ser publicados os trabalhos de investigação, agora não tanto dos alunos, mas particularmente dos mestres. A ligação da revista «Contribuições para o Estudo da Antropologia Portuguesa» à publicação do volume «Aula de Anthropologia» para mim é óbvia: ao vol. I dos «Trabalhos dos Alunos» seguiram-se os 11 volumes de «Contribuições para o Estudo da Antropologia Portuguesa» de 1914 a 1981, data em que a revista reduz o título simplesmente para “Antropologia Portuguesa” e passa a editar um volume por ano, estando publicados até agora 14 volumes desta nova série.

Uma breve incursão nestes «Trabalhos dos alumnos» pode ser a maneira mais pragmática de apreciarmos a Antropologia que na época se ensinava. Escolho, para exemplificar, o trabalho: «Índice Cephálico dos Portugueses» da autoria de Álvaro José de Silva Bastos que é publicado com a seguinte nota em rodapé: «Dissertação

para o acto licenciado na Faculdade de Philosophia. O ponto foi escolhido em congregação da Faculdade em 14 de Dezembro de 1896, e este trabalho entregue em 4 de Janeiro de 1897»⁸. Desta nota parece óbvio deduzir-se que dos trabalhos práticos executados ao longo do ano, sairia um para dissertação. Seria de todo impensável compilar todos os dados apresentados em pouco mais de 15 dias!

O aluno dedica o trabalho ao «llustre Professor, o Sr. Dr. Bernardino Machado, Fundador da Sociedade de Anthropologia de Coimbra⁹, Homenagem de respeitosa affeição».

A dissertação divide-se em quatro capítulos a saber:

I – Algumas considerações sobre os problemas e os métodos da etnologia.

II – Índice cefálico. Sua aplicação ao diagnóstico étnico.

III – Índice cefálico dos portugueses

IV – Algumas palavras sobre a composição étnica do povo português.

No trabalho deste aluno de Bernardino Machado é evidente, pelo simples enunciado do primeiro capítulo (algumas considerações sobre os problemas e métodos da etnologia) e da tentativa de aplicação ao caso português (último capítulo) que estamos no campo científico da Etnologia, tal como a definiu Chavannes, o inventor do termo no séc. XVIII (1787): ramo da Filosofia da História que estuda os diversos corpos das comunidades e por isso viria a debruçar-se sobre as características raciais dos povos¹⁰.

Do IV capítulo deste trabalho, que é, essencialmente, applicativa como o título sugere (algumas palavras sobre a composição étnica do povo português), permito-me extrair uma das conclusões, embora o autor a apresente sob a forma de simples hipótese:

“O carácter dolicocephalo, que predomina no nosso país, sugere-nos portanto a hipótese de que o fundo da população portuguesa descende de um elemento étnico primitivo também dolicocephalo, sem misturas que produzissem alterações fundamentais.

Esse elemento étnico estendido ao sul e oriente da Península é de resto uma hypóthese corrente entre os ethnólogos, embora por elles apoiada em outras considerações... O nome por que mais correntemente é conhecido esse elemento, é o de raça de Atlantes, que se supõe oriundo do norte de África, onde é representada pelos Berberes”¹¹.

A Antropologia da época era, como vemos, um estudo comparativo dos povos partindo das suas características físicas, uma raciologia humana, um estudo de raças. Era a base para distinguir (e logo classificar) um etnos de outro etnos, daí falar-se de etnologia e métodos etnológicos.¹²

Mas os grupos também se distinguiam pelos artefactos que produziam e que chegam até nós. A cadeira dita de Antropologia chamava-se de facto: «Anthropologia, Paleontologia Humana e Archeologia Pré-histórica». Não admira, pois, que à semelhança da Zoologia, da Botânica e da Mineralogia, que já tinham as suas colecções didácticas organizadas em secções do Museu de História Natural, Bernardino Machado se tenha empenhado também em organizar uma secção de Antropologia no referido Museu.

Dessa secção já se ocupava, em 1886, Teixeira Bastos, como director interino, sendo o director responsável da secção Bernardino Machado¹³.

Sobre a importância das colecções já existentes nesta secção e do muito que dela se esperava, fala um colega de Bernardino Machado, o botânico Júlio Henriques, ilustre Professor e grande humanista, fundador da Sociedade Filantrópica de Coimbra:

“Completa o Museu de História Natural o Gabinete de Antropologia de recentíssima criação, pois data de 1890, época em que pôde ser organizado numa das partes do edificio do Museu restaurada pelas obras gerais... Anteriormente a esta época todos os objectos referentes à Antropologia e ciências correlativas estavam dispostos em salas hoje destinadas à secção Zoológica. O gabinete de Antropologia contém várias colecções antigas de armas, vestuários e produtos variados, de muitos dos quais são ignoradas as proveniências. Contém colecções numerosas de armas africanas, parte delas oferecidas pelo meu amigo J. César Pereira de Melo; muitos e interessantes objectos enviados de Macau pelo Sr. J. Alberto Corte Real,

entre os quais se conta uma série considerável de crânios de Timores. Encontram-se modelos de crânios e de armas oferecidas pela Comissão de Trabalhadores geológicos de Portugal. O Dr. Albino Geraldês reuniu uma boa colecção de crânios, colhidos nas sepulturas da Sé de Coimbra, e durante a direcção do Dr. H. Teixeira Bastos fez-se aquisição dos principais instrumentos antropométricos e de uma colecção de antropóides e de outros semeanos, cujo estudo é de tanta importância. Esta secção, por enquanto incipiente, pode vir a ser uma das mais interessantes de todo o mundo, logo que seja possível obter produtos das Possessões Portuguesas”...¹⁴.

Tinha razão Júlio Henriques quando previa que a secção de Antropologia poderia vir a ser uma das mais interessantes do Museu de História Natural logo que se enriquecesse com produtos das colónias. Em 1897 são adquiridos por Bernardino Machado 517 objectos por compra (valor de 412.540 reis) vindos na sua grande maioria da “Exposição Insular e Colonial Portuguesa” que se realizara no Porto, no Palácio de Cristal, em 1894.¹⁵

O impulso dado por Bernardino Machado à aquisição de colecções etnográficas (no sentido actual do termo) provenientes das colónias repercutiu-se para além da sua permanência à frente da cadeira de Antropologia; os grupos mais significativos das colecções coloniais entraram no Museu entre 1890 e 1927. Por trás da aquisição deste extraordinário património (tão extraordinário quanto esquecido) esteve o prestígio, a vontade persistente e incansável do professor de Antropologia e do fundador da Sociedade de Antropologia de Coimbra.

Apesar de décadas de esquecimento podemos dizer que o Museu Antropológico da Universidade de Coimbra conserva hoje, para além das colecções antigas da Amazónia do séc. XVIII (“raridades” tal como era designada a sala que as continha) numerosas e muito ricas colecções de objectos das ex-colónias, sendo de destacar, em especial, as colecções angolanas, sem dúvida as mais ricas a nível nacional mas também das melhores a nível Mundial.¹⁶

De forma muito sucinta e em traços muito gerais, direi, concluindo, que a actividade docente de Bernardino Machado como professor da cadeira de Antropologia se situa no percurso curricular de um professor que faz o tirocínio comum da Faculdade ensinando diferentes cadeiras (Agricultura, Geologia, Física, Antropologia), se entrega com paixão e grande liberdade interior à actividade docente, denuncia a distância entre professores e alunos, que ele próprio quebra com o exemplo da sua dedicação (o professor “oficial” deveria passar a professor “dilecto” e a professor “eleito” dos alunos)¹⁷, denuncia ao mesmo tempo os que passam “anos e anos nas escolas, parasitariamente ... todos a servi-lo(s) e ele(s) a ninguém”¹⁸. Conhece a fundo a Reforma Pombalina da Universidade mas entende que é necessário dar-lhe mais “verdade e justiça” para a completar¹⁹, no que se empenha activamente.

A pujança da actividade docente transborda das salas da Universidade para o exterior onde organiza cursos, com outros colegas, para operários; empenha-se nas conferências pedagógicas e a sua própria casa, na quinta dos Sardões, se torna um “verdadeiro cenáculo, onde se agitavam ideias e onde acorriam, constantemente, professores e alunos”²⁰.

Lutou por uma imagem nova de professor universitário, um “novo intelectual” empenhado em contribuir para resolver os problemas da nação, conheceu o jogo da intriga universitária que atacou com frontalidade chegando mesmo a denunciar, em acto solene na Sala dos Capelos, a “theocracia” imposta à Universidade com “rezas e juramento religioso” há muito abandonados por outros países²¹. Viveu a “ilusão reformista” até às últimas consequências.

Na lógica da sua coerência e porque defendia, conforme disse e escreveu, que não podemos abdicar do desempenho dos deveres cívicos... “não obstante o asco que nos causem os vícios cynicos de tantos dos nossos homens públicos”²², Bernardino Machado, após 28 anos de Professor Catedrático, entendeu que chegara o momento de dizer não. Em carta de 16 de Abril de 1907 escreveu ao Reitor da Universidade de Coimbra:

“Ilm° e Exm° Sr°.

Tenho a honra de apresentar a V. Ex^a a minha exoneração de lente catedrático da Faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra.

Deus guarde V.Ex^a ²³

E esta foi a última lição do professor de Antropologia.

Nota: Agradeço a colaboração da Dr.^a Maria Augusta Rocha em particular na pesquisa documental.

Notas

- ¹ Professor da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
- ² A. Machado, 1945, p.144.
- ³ Bernardino Machado, arquivo particular, in: Oliveira Marques; Costa, 1978, p. 21-24.
- ⁴ Rodrigues de Areia; Rocha, 1985, p. 15.
- ⁵ Ver, p. ex. A “Universidade e a Nação”. Oração inaugural do ano lectivo 1904-1905, em 16.10.1904.
- ⁶ Fernandes, 1985, p. 174.
- ⁷ Portugália, 1906, in: Oliveira Marques; M. Costa, 1978, p. 20-21.
- ⁸ Aula de Anthropologia, 1904, p. 31.
- ⁹ A “Sociedade de Anthropologia de Coimbra” tinha sido votada em 1896, vindo a ser aprovada pelo Governo Civil em 1898 (Areia; Rocha, 1985, p. 33-35).
- ¹⁰ Encyclopaedia Universalis, 1968, vol. 6, p. 674.
- ¹¹ Basto, in: “Aula de Anthropologia”, p. 66.
- ¹² A classificação científica corrente de raças superiores e inferiores tinha um significado eminentemente evolutivo e não o conteúdo de essencialismo racista que se desenvolveu no primeiro quartel do séc. XX. Usando embora a linguagem da época, Bernardino Machado não tem dúvidas sobre as capacidades de progresso de todos os povos. «O Acto Colonial da Ditadura» (1930) é um documento notável de crítica ao regime e de apreço pelos talentos dos povos do Ultramar, destacando nomeadamente personalidades naturais de África que se notabilizaram como advogados, médicos, juizes, professores, etc.
- ¹³ Rodrigues de Areia; Rocha, 1985, p.14.
- ¹⁴ O Instituto, 1894, p. 44 in: Oliveira Marques; M. Costa, 1978, p.19-20.
- ¹⁵ Martins, 1985, p. 122.
- ¹⁶ Rodrigues de Areia, 1985, p.149.
- ¹⁷ Bernardino Machado, 1903, p. 3.
- ¹⁸ A. Machado, 1945, p. 137.
- ¹⁹ Fernandes, 1985, p. 172.
- ²⁰ A. Machado, 1945, p. 131.
- ²¹ B. Machado, 1904, p. 13-14.
- ²² B. Machado, 1904, p. 11.
- ²³ Oliveira Marques; Costa, 1978, p. 34.

BIBLIOGRAFIA

- Areia, M. L. Rodrigues; Rocha, M.A. 1985 – O ensino da Antropologia. In: *Cem Anos de Antropologia em Coimbra, 1885-1985*, Coimbra, Museu e Laboratório Antropológico, p.13-60.
- Areia, M. L. Rodrigues – As colecções angolanas. In: *Cem anos de Antropologia em Coimbra, 1885-1985*. Coimbra, Museu e Laboratório Antropológico, p. 149-195.
- Basto, A. J. da S., 1904 (1897) – Indices cephálicos dos portugueses, in: “*Aula de Antropologia*”, p. 29-82.
- Fernandes, R. 1985 – *Bernardino Machado e os problemas da instrução pública*. Lisboa, Livros Horizonte, col. bep.
- G. de R. C. – Ethnie, Encyclopaedia Universalis, vol. 6, pp.674-675.
- Machado, B., 1983 (1904) – *A Universidade e a Nação: oração inaugural do anno lectivo de 1904-1905, recitada na sala grande dos actos da Universidade de Coimbra no dia 16 de Outubro de 1905*, Coimbra, Imprensa da Universidade, reedição da Câmara Municipal de Vila Nova de Famalicão.
- Machado, B. 1945 – *Bernardino Machado: memórias*. Porto, Livraria Figueirinhas.
- Machado, B., 1930 – “Acto Colonial da Ditadura”, Bayonne, França (publicação clandestina).
- Machado, B., 1903 – *Discurso proferido no jubileu do Dr. João Jacintho da Silva Corrêa*. Coimbra, Typ. de Luiz Cardoso, Sophia, 10 e 12.
- Martins, M. R. 1985 – As colecções etnográficas. In: *Cem Anos de Antropologia em Coimbra, 1885-1985*. Coimbra, Museu e Laboratório Antropológico, p.117-148.
- Oliveira, Marques A. H.; Costa, F. M., 1978 – *Bernardino Machado*, Lisboa, ed. Montanha.
- Aula de Anthropologia da Universidade de Coimbra. Trabalhos de alumnos*. Vol. I, Imprensa da Universidade de Coimbra, 1902 (1904).

Teoria Mecânica da Reflexão e da Refracção da Luz

O estudo completo da reflexão e da refração da luz resolve dois problemas – um geométrico e outro mecânico.

Trata-se do segundo.

TEORIA DE FRESNEL

INTRODUÇÃO

Na teoria de Fresnel, que vamos expor, somente as vibrações transversas iluminam o éter. A esta verdade fundamental prendem-se imediatamente dois princípios.

PRINCÍPIO DE CONTINUIDADE – Quando supomos a uma distância infinita o foco luminoso, podemos considerar planas as ondas de propagação. Por este modo anula-se a influência finita das distâncias no coeficiente de velocidade da vibração. E o movimento transmite-se integralmente de plano a plano, de molécula a molécula.

Para isto, demonstrou Fresnel em fáceis raciocínios, deve ser pequeníssima a diferença das amplitudes relativamente à distância que separa entre si as moléculas. Portanto infinitésima. Fresnel amplia este princípio. Na propagação da luz, através duma superfície refrangente, ainda o movimento vibratório se isola entre grupos binários de moléculas. E ainda a diferença de amplitudes entre as moléculas contíguas dos dois meios é infinitamente pequena.

De certo. Não é nula, mas também não pode ser considerável.

No instante em que se anulasse, suspender-se-ia a transmissão luminosa. Se fosse considerável, suscitaria uma força elástica de reacção relativamente infinita. E a fórmula:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}},$$

deduzida por derivação de

$$x = -a \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

daria T infinitamente pequeno. O que nos fica dizendo que, num tempo inapreciável, a diferença de amplitudes tornar-se-ia insensível.

A este primeiro princípio ligou Fresnel a hipótese da mudança brusca de velocidade e de amplitude à superfície de separação dos dois meios. Esta suposição, por ser muito particular, é verdadeira e é falsa.

PRINCÍPIO DAS FORÇAS VIVAS – Da perfeita elasticidade do éter resulta, como segundo princípio, que toda a força viva do raio incidente se deve dividir pelos dois raios – reflectido e refractado.

Reúne-se a este princípio o postulado de Fresnel sobre a diferença das velocidades de propagação da luz em diversos meios isótropos. Fresnel atribui a diferença às variações de densidade do éter.

A justificação deste postulado está nas seguintes palavras:

«.... comme il paraît résulter des faits observés jusqu'à présent que les proportions de lumière réfléchie et transmise à la surface de contact des deux milieux, ainsi que l'angle de la polarisation complète, ne dépendent que du rapport de réfraction des deux milieux, c'est à dire, du rapport des vitesses de propagation de lumière dans chacun d'eux, quelque soit d'ailleurs leur différence de nature et de densité pondérable, et par conséquent sans doute leur différence d'élasticité, il me paraît très probable que si l'on avait égard dans le calcul à cette dernière différence, on aurait le même résultat qu'en attribuant à une différence de densité les vitesses différentes avec lesquelles la lumière parcourt ces deux milieux...» (Fresnel).

Estes princípios, evidentes em si, sofrem contudo suas contradições. Fresnel abstraiu do movimento longitudinal que pôde volver-se transversal, e da perda de força viva da luz pela absorção dos corpos ponderáveis. Donde a limitação dos princípios.

REFLEXÃO DA LUZ POLARIZADA NO PLANO DE INCIDÊNCIA

CONSIDERAÇÃO PRÉVIA

Do movimento incidente, quando paralelo à superfície de separação, derivam paralelamente ainda as vibrações reflectida e refractada.

APLICAÇÃO DOS PRINCÍPIOS DE FRESNEL

1.º) Sejam respectivamente

$$1, v, u,$$

as velocidades máximas dos raios incidente, reflectido e refractado.

Serão as velocidades na hipótese adicta ao primeiro princípio

$$\text{sen } 2\pi \frac{t}{T}, v \text{sen } 2\pi \frac{t}{T}, u \text{sen } 2\pi \frac{t}{T},$$

Na contraposição das moléculas de dois meios, igualam-se as velocidades. Ora as moléculas etéreas do primeiro meio acumulam duas velocidades distintas, a incidente e a reflectida.

1.º) Logo, por serem as vibrações paralelas uma à outra e à superfície reflexiva,

$$(1 + v) \text{sen } 2\pi \frac{t}{T} = u \text{sen } 2\pi \frac{t}{T},$$

ou

$$1 + v = u,$$

2.º) Conforme ao postulado de Fresnel,

$$a = \sqrt{\frac{c}{\Delta}}, \quad a' = \sqrt{\frac{c}{\Delta'}}$$

$\therefore$

$$\Delta' = \Delta \frac{a^2}{a'^2}$$

Ora

$$a = \frac{\lambda}{T}, \quad a' = \frac{\lambda'}{T},$$

Logo

$$\Delta' = \Delta \frac{\lambda^2}{\lambda'^2},$$

Se acompanharmos os movimentos de uma porção qualquer da onda incidente, iremos vê-los, repartidos por dois volumes, inspirarem a um tempo as energias das ondas reflectida e refractada. Condições particulares operam esta divisão. Elas determinarão os dois volumes de reflexão e de refacção, quando tivermos definido o volume de incidência.

Limitemos às dimensões dum prisma recto e rectangular a parte do fascículo incidente compreendida entre duas superficies da onda. Será o volume do prisma incidente

$$c. l. x,$$

c, l e x significando comprimento, largura e altura no primeiro meio.

Representar-se-á o volume do sólido de reflexão por

$$c. l. x.$$

O volume do prisma de refacção, por ser

$$\begin{aligned} l' &= h \cos r \\ l &= h \cos i \end{aligned} \quad \therefore \quad l' = l \frac{\cos r}{\cos i},$$

exprimindo l' a largura no segundo meio, equivalerá a

$$c. l \frac{\cos r}{\cos i} . x'.$$

É claro que x' devia ser diferente de x .

Designemos por

$$\text{sen } 2\pi \frac{t}{T}$$

a velocidade na secção superior do prisma incidente.

A velocidade será:
na secção básica do prisma incidente

$$\text{sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

na secção superior do prisma de reflexão

$$v \text{sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

enfim na secção básica do prisma de refração

$$u \text{sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda'} \right),$$

Portanto nestas três secções a força viva enuncia-se respectivamente

$$c.l.dx.\Delta \text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$c.l.dx.\Delta v^2 \text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$c.l.\frac{\cos r}{\cos i} dx'.\Delta' u^2 \text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda'} \right).$$

Estas expressões transformam-se, substituindo Δ' pelo seu valor e supondo Δ igual a um, em

$$c.l.dx.\text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$c.l.dx.v^2 \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$c.l.\frac{\cos r}{\cos i} dx' \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda'^2} u^2 \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda'} \right).$$

Assim relativamente a quaisquer outras secções.

Para obter a força viva total dos prismas basta integrar os diferenciais entre os limites 0 e λ , 0 e λ' . Isto é

$$c.l \int_0^\lambda dx \cdot \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$c.l.v^2 \int_0^\lambda dx \cdot \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$c.l.\frac{\cos r}{\cos i} \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda'^2} u^2 \int_0^{\lambda'} dx' \cdot \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda'} \right).$$

Como, sendo θ o tempo correspondente a um e a outro dos espaços $x, x'\lambda$

$$x = a\theta, \quad x' = a'\theta,$$

$$a = \frac{\lambda}{T}, \quad a' = \frac{\lambda'}{T'},$$

$\therefore$

$$x = \frac{\lambda}{T} \theta, \quad x' = \frac{\lambda'}{T'} \theta,$$

$\therefore$

$$\frac{x'}{\lambda'} = \frac{x}{\lambda},$$

podemos, pela suposição

$$\frac{x'}{\lambda'} = \frac{x}{\lambda} = y,$$

∴

$$dx' = \lambda' dy, \quad dx = \lambda dy,$$

transmutar os integrais em

$$c.l.\lambda \int_0^1 dy.\text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right),$$

$$c.l.v^2\lambda \int_0^1 dy.\text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right),$$

$$c.l.\frac{\cos r}{\cos i} \frac{\lambda^2}{\lambda'} u^2 \int_0^1 dy.\text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right).$$

Estamos habilitados a formular a equação das forças vivas.

É

$$\begin{aligned} & c.l.\lambda \int_0^1 dy.\text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right) \\ & = c.l.v^2\lambda \int_0^1 dy.\text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right) \\ & + c.l.\frac{\cos r}{\cos i} \frac{\lambda^2}{\lambda'} u^2 \int_0^1 dy.\text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right); \end{aligned}$$

mais simplesmente

$$1 - v^2 = \frac{\cos r}{\cos i} \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda'} u^2;$$

ou, por ser

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{a}{a'} = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r},$$

definitivamente

$$(1 - v^2) \operatorname{sen} r \cdot \cos i = u^2 \operatorname{sen} i \cdot \cos r.$$

Os princípios de Fresnel estão expressos em duas equações a duas incógnitas. Podemos consequentemente determinar estas grandezas.

Para a velocidade máxima de reflexão as fórmulas combinam em

$$(1 - v) \operatorname{sen} r \cdot \cos i = u^2 \operatorname{sen} i \cdot \cos r,$$

$\therefore$

$$v = -\frac{\operatorname{sen} i \cdot \cos r - \operatorname{sen} r \cdot \cos i}{\operatorname{sen} i \cdot \cos r + \operatorname{sen} r \cdot \cos i} = \frac{\operatorname{sen}(i - r)}{\operatorname{sen}(i + r)}.$$

Portanto

$$I = v^2 = \frac{\operatorname{sen}^2(i - r)}{\operatorname{sen}^2(i + r)}.$$

DISCUSSÃO DAS FÓRMULAS DA VELOCIDADE E DA INTENSIDADE

Aos ângulos de incidência, maior ou menor que o ângulo de refração, correspondem valores de opostos sinais da velocidade.

Estudemos sucessivamente um e outro caso.

$$\alpha) \quad i > r \quad \therefore \quad \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = n$$

Quando o raio incide normalmente, i e r anulam-se e os valores de v e de I ocultam-se nas indeterminações

$$v = \frac{0}{0}, \quad I = \frac{0}{0}.$$

Perscrutemo-las.

As derivadas do numerador e do denominador da velocidade são

$$\frac{d \operatorname{sen}(i-r)}{di} = \left(1 - \frac{dr}{di}\right) \cos(i-r),$$

$$\frac{d \operatorname{sen}(i+r)}{di} = \left(1 + \frac{dr}{di}\right) \cos(i+r).$$

Por conseguinte a velocidade exprime-se por

$$v = \frac{1 - \frac{dr}{di}}{1 + \frac{dr}{di}};$$

ou, como

$$\operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r,$$

$\therefore$

$$\cos i = n \frac{dr}{di} \cos r,$$

$$(i = 0, r = 0)$$

$$\frac{dr}{di} = \frac{1}{n},$$

por

$$v = \frac{n-1}{n+1}$$

Donde

$$I = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

Quando o raio inclina à superfície refrangente, o numerador de v , por i crescer mais que r , aumenta, e o denominador aumenta primeiro até 1 e diminui em seguida. Assim não é própria a fórmula que temos para dar a lei das variações de velocidade. Recorramos à derivada.

A derivada de v é

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\left(1 - \frac{dr}{di}\right) \cos(i-r) \cdot \sin(i+r) - \left(1 + \frac{dr}{di}\right) \cos(i+r) \cdot \sin(i-r)}{\sin^2(i+r)} \\
 &= \frac{\left(1 - \frac{\cos i}{n \cos r}\right) \cos(i-r) \cdot \sin(i+r) - \left(1 + \frac{\cos i}{n \cos r}\right) \cos(i+r) \cdot \sin(i-r)}{\sin^2(i+r)} \\
 &= \frac{\sin(i-r) \cdot \cos(i-r) \cdot \sin(i+r) - \sin(i+r) \cdot \cos(i+r) \cdot \sin(i-r)}{\sin i \cdot \cos r \cdot \sin^2(i+r)} \\
 &= \frac{\sin(i-r) [\cos(i-r) - \cos(i+r)]}{\sin i \cdot \cos r \cdot \sin(i+r)} \\
 &= -2 \frac{\sin r}{\cos r} \cdot \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \\
 &= -2 \operatorname{tg} r \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},
 \end{aligned}$$

quantidade negativa, por ser $r > 90^\circ$ e $i - r > 0$.

Logo, ao aumentar i , avultam v e I .

Quando a incidência é tangencial à superfície de separação,

$$v = -\frac{\cos r}{\cos r} = -1,$$

$$I = 1$$

Tem pois o raio reflexo a intensidade do incidente.

$$\beta) \quad i < r \therefore \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n},$$

Quando $i=0$

$$v = \frac{0}{0}, \quad I = \frac{0}{0},$$

Obtém-se, pela derivação separada r

$$v = -\frac{1 - \frac{dr}{di}}{1 + \frac{dr}{di}}.$$

Ora

$$n \operatorname{sen} i = \operatorname{sen} r$$

$\therefore$

$$n \cos i = \frac{dr}{di} \cos r$$

$$(i = 0, r = 0)$$

$$\frac{dr}{di} = n.$$

Logo

$$v = \frac{n-1}{n+1}, \quad I = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}.$$

Quando $i > 0$, o numerador de v , por i crescer menos que r , diminui, e o denominador aumenta até 1 e diminui depois. Observemos a derivada. De

$$\left. \begin{aligned} \cos i &= n \frac{dr}{di} \cos r \\ n &= \frac{\operatorname{sen} r}{\operatorname{sen} i} \end{aligned} \right\}$$

ou de

$$\left. \begin{aligned} n \cos i &= \frac{dr}{di} \cos r \\ \frac{1}{n} &= \frac{\sin i}{\sin r} \end{aligned} \right\}$$

resulta indiferentemente

$$\frac{dr}{di} = \frac{\sin r \cdot \cos i}{\sin i \cdot \cos r}$$

Subsiste pois a derivada

$$-2 \operatorname{tg} r = \frac{\sin r \cdot \cos i}{\sin i \cdot \cos r}$$

quantidade positiva.

Logo aumentam v e I .

Quando $i = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \therefore r = 90^\circ$,

$$v = \frac{\cos i}{\cos i} = 1,$$

$$I = 1$$

Igual a intensidade do reflexo à do raio incidente.

Se $i > \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$, $\therefore r = \arcsin(\sin > 1)$, torna-se imaginária

a velocidade. Mais tarde estudaremos este fenómeno da reflexão total.