

Decorrem desta definição, e do facto de o comprimento de um arco ser directamente proporcional à sua amplitude, as relações expressas na tabela seguinte:

Arco de circunferência						
Amplitude, em graus	360°	180°	90°	45°	30°	60°
Comprimento	2πr	πr	1/2 πr	1/4 πr	1/6 πr	1/3 πr
Amplitude, em radianos	2π	π	π/2	π/4	π/6	π/3

Para converter a amplitude de um ângulo de graus em radianos ou vice-versa procede-se do seguinte modo:

Exemplo

1. Escreva as seguintes amplitudes em radianos:
a) 35° b) 51,4° c) 60° 21'

Resolução:

a) Como base para o seu raciocínio, pode usar a regra de três simples, dado existir proporcionalidade directa entre as duas unidades de medida.

π

180°

x

35°

Resulta que $35^\circ = \frac{35}{180} \times \pi \approx 0,61 \text{ rad}$.

b) $51,4^\circ = \frac{51,4}{180} \times \pi \approx 0,90 \text{ rad}$

c) $60^\circ 21' = \left(60 + \frac{21}{60}\right)^\circ = 60,35^\circ$

60,35°

180

π

x

$60,35^\circ = \frac{60,35}{180} \times \pi \approx 1,05 \text{ rad}$

2. Escreva as seguintes amplitudes em graus:
a) $\frac{\pi}{7} \text{ rad}$ b) $\frac{2\pi}{5} \text{ rad}$ c) 5 rad

Resolução:

a) De novo, pode fazer uso da regra de três simples.

π

180°

π/7

x

$\frac{\pi}{7} \text{ rad} = \frac{180}{7} \approx 25,71^\circ$

2π/5

180°

5

x

$5 \text{ rad} = \frac{5 \times 180}{\pi} \approx 286,48^\circ$

1.1.3. Ângulo e arco generalizados

Recorde-se que, aquando do estudo das rotações, surge a necessidade de distinguir ângulos com amplitudes semelhantes, mas orientações distintas. Deste modo, considera-se, por convenção, que um ângulo orientado tem amplitude positiva quando a rotação se faz no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Será negativa no outro caso.

Considere-se, agora, um ponto A, pertencente a uma circunferência que roda para a posição A', fazendo uma rotação de centro O (centro da circunferência) e ângulo de amplitude α.

Repare que a posição A' pode ser a mesma para diferentes amplitudes α. Centremo-nos no exemplo ilustrado a seguir:

$\alpha = 45^\circ$
ou
 $\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

$\alpha = 45^\circ + 360^\circ$
ou
 $\alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi \text{ rad}$

$\alpha = 45^\circ + 2 \times 360^\circ$
ou
 $\alpha = \frac{\pi}{4} + 4\pi \text{ rad}$

$\alpha = 45^\circ - 360^\circ$
ou
 $\alpha = \frac{\pi}{4} - 2\pi \text{ rad}$

De facto, na rotação de centro O e amplitude $(45 + 360k)^\circ$ ou $\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) \text{ rad}$, com $k \in \mathbb{Z}$, a posição A' é a mesma.

Para representar um ângulo orientado, é habitual usar-se um sistema de eixos coordenados, onde se consideram quatro quadrantes (1.º Q, 2.º Q, 3.º Q e 4.º Q).

Considera-se o semieixo positivo das abcissas o lado de origem do ângulo.

12

13