

## 1.6\_Corpos sujeitos a forças de ligação (II). Aplicação das leis de Newton quando o movimento é circular

### Conhecimentos fundamentais

#### Dinâmica do movimento circular

Quando a resultante das forças que actuam numa partícula em movimento é nula, a partícula descreve uma trajectória rectilínea e a velocidade  $\vec{v}$  é constante (lei da inércia).

A resultante das forças que actuam numa partícula que está em movimento pode produzir:

1. **encurvamento da trajectória**, o que se traduz na existência de aceleração centrípeta (ou normal).
2. **modificação do módulo da velocidade**, o que se traduz na existência de aceleração tangencial.

Se uma partícula que descreve um movimento circular estiver, num determinado instante, sujeita às forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ , como mostra a figura 1, o efeito dessas forças poder-se-á avaliar considerando as respectivas projecções na direcção da normal e na direcção da tangente à trajectória, aplicando seguidamente a 2.ª lei de Newton:

#### Na direcção da tangente:

$$\Sigma F_i = m a_t \quad F_1 \sin 0^\circ + F_2 \sin \theta = m a_t \quad F_2 \sin \theta = m a_t$$

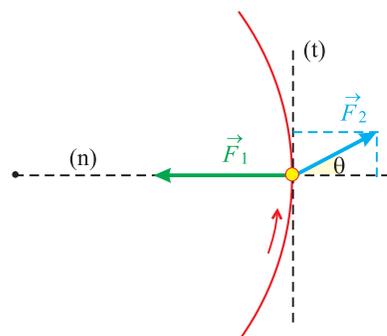
#### Na direcção da normal:

$$\Sigma F_i = m a_c \quad F_1 - F_2 \cos \theta = m a_c \quad F_1 - F_2 \cos \theta = m \frac{v^2}{r}$$

Quer o movimento aconteça no **plano horizontal**, quer aconteça no **plano vertical**, teremos sempre que **seguir os seguintes passos**:

1. Definir o sistema que é objecto da nossa atenção.
2. Definir um referencial.
3. Construir o diagrama do ponto material.
4. Aplicar a segunda lei de Newton considerando as componentes das forças na direcção da tangente e na direcção da normal à trajectória.
5. Considerar a variação da **energia mecânica** experimentada pelo sistema analisando o que acontece à energia cinética e à energia potencial.

Se a partícula deixar de ser submetida a forças (resultante nula) o seu movimento passa a ser uniforme e rectilíneo.



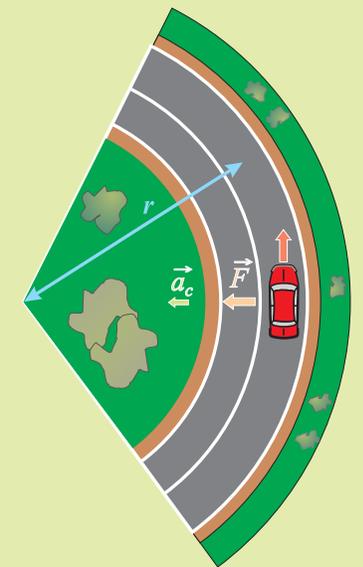
1 A resultante das componentes das forças na direcção da normal está sempre orientada para o interior da concavidade.

### Problemas resolvidos e comentados

#### 1 Curvando com a velocidade máxima

Um automóvel descreve, com a máxima velocidade, sem escorregar, uma curva circular de raio  $r$  situada num plano horizontal (figura 2). Considere  $\mu_e$ , o coeficiente de atrito entre os materiais das superfícies em contacto. Determine a expressão da velocidade máxima do automóvel caso a estrada:

- a) seja plana;
- b) tenha relevé com inclinação  $\theta$ .



#### Resolução por passos

##### Visualização do problema

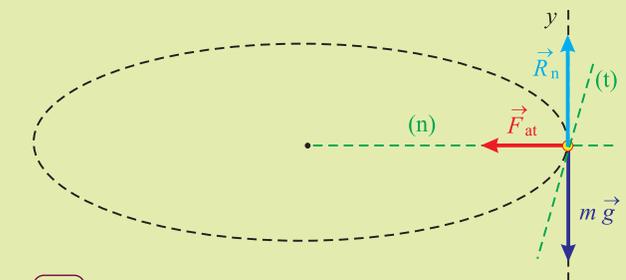
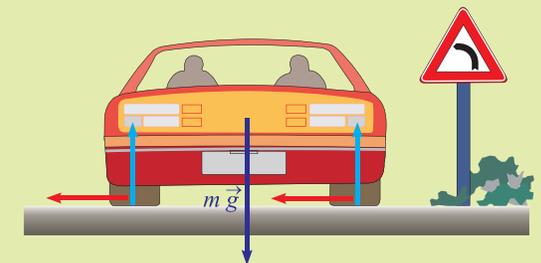
- Identificar o sistema e as zonas em que há interacção.
- Representar, num diagrama do ponto material, as forças que actuam no corpo (sistema):  $\vec{F}_g$ ,  $\vec{R}_n$  e  $\vec{F}_{at}$ .
- Estabelecer um referencial. Um dos eixos deve coincidir com a normal à trajectória e o outro deve coincidir com a vertical (como a curva é no plano horizontal, a projecção do automóvel no eixo vertical está em repouso, pelo que as forças se contra-balançam neste eixo).

#### Dados:

$r$   
 $\mu_e$   
 $m$   
 $g$   
 $\theta$

#### Pedidos:

$R_n = ?$   
 $v = ?$



#### Estratégia e cálculos

O sistema é o automóvel. Está em interacção por contacto com o solo e em interacção à distância, com a Terra.

A figura 4 inclui o diagrama do ponto material e o referencial escolhido.

A força de atrito é a única que contribui para a aceleração centrípeta.

**Aplicando a 2.ª lei de Newton** às componentes das forças em cada um dos eixos:

$$\text{Oy: } \begin{cases} \Sigma F_i = 0 \\ \Sigma F_i = m a_c \end{cases} \quad \begin{cases} R_n - m g = 0 \\ F_{at} = m a_c \end{cases} \quad \begin{cases} R_n = m g \\ \mu_e R_n = m \frac{v^2}{r} \end{cases} \quad \begin{cases} \mu_e m g = m \frac{v^2}{r} \end{cases}$$

$$\therefore v^2 = \mu_e g r \quad v = \sqrt{\mu_e g r}$$