



A experiência “aquecer um recipiente com água até esta atingir 100 °C” produz os mesmos resultados sempre que se realiza nas mesmas condições: a água entra em ebulição. Uma experiência deste tipo diz-se **determinista**.

Em contrapartida, na experiência “extrair uma carta ao acaso de um baralho”, é impossível prever o resultado que se vai obter ainda que a experiência se repita inúmeras vezes sempre nas mesmas condições. Uma experiência deste tipo é uma experiência **aleatória**.

Chama-se **universo amostral** ou **espaço de resultados** ao conjunto de todos os resultados possíveis de uma experiência aleatória. Por exemplo:

- na experiência “lançar uma moeda ao ar e verificar qual a face virada para cima”, o espaço de resultados é o conjunto {frente, verso};
- na experiência “lançar um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6 e verificar qual a face virada para cima”, o espaço de resultados é o conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Num determinado espaço de resultados, um acontecimento pode ser:

- **impossível**. Por exemplo: “obter 10 no lançamento de um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6”;
- **possível**. Por exemplo: “obter um número par no lançamento de um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6”;
- **certo**. Por exemplo: “obter um número menor que 7 no lançamento de um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6”.

Há experiências aleatórias em que todos os acontecimentos elementares têm a mesma probabilidade de ocorrer (por exemplo, no lançamento de uma moeda equilibrada é tão provável sair a face “cara” como a face “escudo”): diz-se que os acontecimentos são **equiprováveis**. Numa experiência aleatória em que os acontecimentos elementares sejam equiprováveis, a **probabilidade** de um acontecimento A, que se representa por $p(A)$, é o quociente entre o número de casos favoráveis de A e o número de casos possíveis:

$$p(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} \quad (\text{Lei de Laplace})$$

Por exemplo, no lançamento de um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6, existem seis casos possíveis (sair qualquer um dos números 1, 2, 3, 4, 5 ou 6). Há dois casos favoráveis (1 e 3) para o acontecimento “sair um divisor de 3”. Então

$$p(\text{“sair um divisor de 3”}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Da definição anterior resulta que:

- a probabilidade do acontecimento impossível é zero (não há nenhum caso favorável);
- a probabilidade do acontecimento certo é 1 (todos os casos possíveis também são favoráveis).

Por conseguinte, a probabilidade de um qualquer acontecimento A é sempre um número entre 0 e 1:

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

Quando os acontecimentos elementares associados a uma experiência aleatória não são equiprováveis, a probabilidade de um acontecimento B, $p(B)$, é dada pelo valor para que tende a frequência relativa desse acontecimento quando se aumenta significativamente o número de repetições da experiência (**Lei dos grandes números**).

1 Indica quais das seguintes experiências são deterministas e quais são aleatórias.

- 1.1. Mergulhar um cubo de gelo numa panela de água a ferver.
- 1.2. Extrair uma bola azul de uma saca com bolas verdes, azuis e amarelas.
- 1.3. Obter quatro copas numa tiragem de cinco cartas num baralho de 52 cartas.

2 Considera a experiência aleatória que consiste em lançar um dado (não viciado) em forma de octaedro, com as faces numeradas de 1 a 8. Calcula a probabilidade dos acontecimentos:

- 2.1. A: “sair número primo”;
- 2.2. B: “sair potência de 2”;
- 2.3. C: “sair múltiplo de 3”.

3 Foi feito um inquérito porta a porta para saber se os moradores de um prédio estavam interessados na instalação de gás natural em suas casas. As respostas possíveis eram apenas “sim” e “não”.

Os três primeiros inquiridos responderam, respectivamente, “sim”, “não” e “sim”.

Qual é a probabilidade de o quarto morador responder “sim”?

4 O Pedro e o Vasco lançaram repetidamente um dado com as faces numeradas de 1 a 6 e registaram o número de vezes que saiu o número correspondente a cada face.

4.1. Após 50 lançamentos obtiveram os resultados constantes na seguinte tabela:

Número da face	1	2	3	4	5	6
Frequência relativa	0,25	0,16	0,15	0,17	0,18	0,09

Em face dos resultados obtidos, é possível afirmar que se trata de um dado viciado? Justifica a tua resposta.

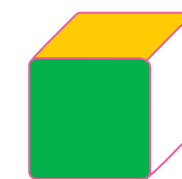
4.2. Após 1000 lançamentos obtiveram os resultados constantes nesta nova tabela:

Número da face	1	2	3	4	5	6
Frequência relativa	0,166	0,164	0,166	0,164	0,175	0,165

Face a estes resultados obtidos, manténs a tua opinião anterior? Justifica a tua resposta.

4.3. Explica como procederias para obter melhores aproximações destas probabilidades.

5 Um jogo consiste em lançar simultaneamente três dados iguais em forma de cubo. Cada um dos dados tem duas faces brancas, duas faces verdes e duas faces laranjas.



Calcula a probabilidade dos acontecimentos:

- 5.1. A: “saírem três faces brancas”;
- 5.2. B: “saírem três faces da mesma cor”;
- 5.3. C: “saírem duas faces verdes e uma branca”;
- 5.4. D: “saírem duas faces da mesma cor”;
- 5.5. E: “saírem três faces de cor diferente”;
- 5.6. F: “saírem uma face branca, uma face verde e uma face azul”.

6 Inquiriram-se 90 alunos do 9.º ano de uma escola acerca de duas revistas para adolescentes. Os resultados mostraram que:

- 26 alunos lêem a revista *NaBoa*;
- 46 alunos lêem a revista *SempreFixe*;
- 28 alunos não lêem nenhuma destas revistas.

Escolhe-se um aluno ao acaso. Qual é a probabilidade desse aluno ler ambas as revistas?

Sugestão:

Organiza os dados num diagrama do tipo:

